Quaderni di Statistica
Vol. 6, 2004

Un prototipo statistico per la valutazione comparata dell'efficacia didattica dei corsi di studio universitari

Domenico Piccolo
Dipartimento di Scienze Statistiche, Università di Napoli Federico II
E-mail: domenico.piccolo@unina.it

Summary: In this work we propose a statistical method for the comparative evaluation of the University performances, on the basis of the CFUs (=Crediti Formativi Universitari) gained by the students. The method relies on the analysis of the CFU distribution function. It conveys immediate and simple interpretations. Moreover, its graphical version allows to define success and failure areas, and to relate these measures to the average CFU achieved by the students enrolled in a given course. Some examples and considerations about further developments conclude the paper.

Keywords: University evaluation, Distribution function, Statistical indicators.

1. Introduzione

La riforma universitaria ed i nuovi corsi di studio che ne sono derivati hanno imposto la necessità di una valutazione sistematica e puntuale della loro performance. Questa esigenza è complessa da analizzare ed ancor più impegnativa da implementare: una discussione articolata di tali problematiche è approfondita nella "*Guida alla valutazione dei corsi di studio*", predisposta dalla Fondazione CRUI (1993) nell'ambito del Progetto *"Campus one"*.

Un aspetto specifico del dibattito concerne la valutazione di ciascun corso di studio sia in funzione dei propri obiettivi formativi che rispetto agli altri corsi di studio. Tale confronto viene talora interpretato in termini di competizione e/o di emulazione; invece, esso rappresenta un elemento di stimolo per verificare come, a parità di un prefissato bacino di utenza e di un sistema omogeneo di interventi, l'articolazione dell'offerta didattica produca effetti differenziati in termini di risultati formativi.

D'altra parte, non sembra opportuno costruire metodi comparativi funzionali ad aspetti specifici e circoscritti di un corso di studio, poiché un confronto più ampio può incoraggiare ed esaltare il processo di miglioramento dell'offerta formativa nella sua globalità, contribuendo al raggiungimento dell'obiettivo strategico che ogni Ateneo individua.

Il presente lavoro elabora una proposta metodologica di base (un prototipo), di natura statistica, diretta ad un confronto omogeneo dei percorsi formativi mediante il raffronto della struttura dei *Crediti Formativi Universitari* (CFU) conseguiti dal gruppo di studenti coinvolti nel processo formativo. Naturalmente, il confronto tra corsi di studio richiederebbe l'analisi di una pluralità di variabili; tuttavia, qui siamo interessati a misurare e confrontare l'*efficacia didattica* intesa come *la capacità di un corso di studio di avvicinarsi all'obiettivo della conclusione dell'iter formativo entro i tempi previsti dall'ordinamento didattico ed a favore del massimo numero di studenti che vi sono iscritti*. In effetti, è questo uno degli obiettivi primari della riforma universitaria –che ha ridisegnato la laurea unica mediante due successivi cicli, di primo e secondo livello, rispettivamente– allo scopo di migliorare la performance del sistema italiano rispetto agli standard internazionali.

In coerenza di ciò, questo contributo è diretto alle varie componenti della didattica universitaria e non assume conoscenze pregresse di teoria e metodi statistici. Così, ciascun lettore, anche non esperto nelle tematiche proprie dell'analisi statistica dei dati, può trovare uno strumento di lettura agevole ai fini della comparazione tra percorsi di studio universitario, interrogandosi sul significato e sulla efficacia delle scelte che si pongono in essere e sugli effetti che esse producono.

Lo strumento cui si perviene è di agevole comprensione e di immediata implementazione, sulla base dei dati disponibili presso gli Atenei. Inoltre, consente a tutte le componenti del processo formativo (Organi istituzionali, Consigli dei corsi di studio, docenti, ricercatori, studenti) di discutere e confrontarsi sui risultati raggiunti, sui progressi conseguiti, sulla evoluzione delle tendenze in atto, sui punti critici della didattica, sul confronto con percorsi simili, e così via.

Dopo aver elencato alcuni principi generali che dovrebbero presiedere alla costruzione di tale prototipo, nel paragrafo 3 si introduce la notazione e nel paragrafo 4 si formalizza tale studio mediante il riferimento alla funzione di ripartizione. Quindi, nel paragrafo 5, si individuano misure di sintesi e si generalizza la proposta. Il lavoro prosegue nei paragrafi successivi con una esemplificazione su differenti corsi di studio, con la discussione della disaggregazione ed aggregazione dei percorsi, con la disamina dei problemi posti da quei corsi nei quali ad un numero rilevante di studenti viene riconosciuta una carriera universitaria pregressa. Alcune considerazioni finali concludono il lavoro.

2. Principi generali per una valutazione comparata

Una proposta di valutazione comparata di differenti percorsi di studio, per essere operativa, dovrebbe essere caratterizzata da:

- ***Semplicità di implementazione.*** La base dei dati è costituita dalle rilevazioni ufficiali che sono presenti presso le Segreterie studenti degli Atenei; tali informazioni sono oggi disponibili in tempi sempre più ravvicinati rispetto alla conclusione della valutazione delle prove superate da ciascun studente.

- ***Immediatezza della lettura.*** Una proposta valida deve essere leggibile ed interpretabile con immediatezza allo scopo di tradurre la performance complessiva del corso di studio in rappresentazioni ed indicatori agevoli da utilizzare anche per chi non abbia dimestichezza con il linguaggio e gli strumenti propri della Statistica.

- ***Rappresentazione grafica.*** La proposta metodologica deve essere accompagnata da una convincente traduzione grafica che faccia emergere sia le dimensioni del successo che le fasi critiche del corso di studio in esame, correlando visivamente aspetti importanti della performance complessiva del corso. Soprattutto, occorre utilizzare una forma grafica in cui, con una scala omogenea, possono essere rappresentati contemporaneamente una pluralità di corsi di studio, specificati dalla dimensione spaziale, temporale o di occasione.

- ***Generalizzabilità ed adattabilità.*** Essendo svincolate dalle caratteristiche del corso di studio e/o da un periodo temporale pre-definito, la proposta deve poter essere adattata ai numerosi e differenti contesti (corsi di laurea di I e II livello, corsi di Master, dottorati di ricerca, etc.) che oggi caratterizzano la formazione universitaria e deve poter essere valutata rispetto a tutte le altre dimensioni (spaziali, temporali, di occasioni) rispetto alle quali il percorso di studio può essere analizzato.

3. Formalizzazione e notazione

In primo luogo, precisiamo la terminologia e la notazione occorrenti per i successivi sviluppi formali.

Definiamo “corso di studio” qualsiasi percorso formativo che preveda una scansione temporale di acquisizione di CFU, e che consenta la permanenza (anche illimitata, in linea di principio) di quanti non abbiano conseguito la totalità dei crediti necessari per il completamento del corso o di sue suddivisioni temporali.

Quindi, supponiamo che un corso di studio sia articolato sulla base di g annualità (per esempio, per un corso di laurea di I livello $g = 3$) e che ciascuna di esse venga completata mediante l’acquisizione di un numero costante m di CFU. Il percorso si conclude con l’acquisizione progressiva di $M = g \times m$ CFU complessivi, mediante il superamento di apposite prove (per esempio, esami, verifiche, tesi, etc.). Nel seguito, indicheremo con M il numero massimo di CFU acquisibili nel periodo prefissato, ed escluderemo dalle analisi le situazioni (non molto frequenti) di percorsi universitari con CFU in eccesso.

La popolazione di riferimento $\mathcal{P}$ consiste di tutti gli N studenti iscritti al corso di studio in esame. Un sotto-insieme proprio di $\mathcal{P}$ è la popolazione $\mathcal{P}_0$ che diventa oggetto di analisi e consiste negli iscritti al corso di studi che presentano una caratteristica specificata: iscrizione ad un certo anno di corso, immatricolati nello stesso anno (coorte di riferimento), età inferiore ad un certo limite, iscrizione in corso, genere, residenza, diploma secondario di provenienza, etc.

La successiva formalizzazione concerne tutti e solo gli studenti appartenenti alla popolazione $\mathcal{P}_0$, che è quindi composta da $n \leq N$ studenti, cioè:

$$\mathcal{P}_0 = \{S_1, S_2, \ldots, S_n\},$$

avendo indicato con S_j lo studente $j-$esimo, $j = 1, 2, \ldots, n$.

Indichiamo con C la variabile CFU nell'universo di riferimento. Ad un tempo t prefissato, ciascuno degli studenti ha conseguito CFU pari a $C_{j,t}$, per $j = 1, 2, \ldots, n$. Per semplicità di notazione, elimineremo dalla simbologia la dipendenza temporale e scriveremo C_j per i CFU acquisiti al tempo t dallo studente $j-$esimo.

Nel seguito, i valori di C_j potranno assumere *concettualmente* tutti e solo gli interi[1] inclusi nell'intervallo: $0 \leq C_j \leq M$. Nello specifico, tale assunzione può non essere realistica poiché i valori che la variabile C_j può effettivamente assumere sono solo le partizioni ammissibili di M definite sull'insieme degli interi predefiniti per i CFU di ciascun insegnamento o di ciascuna attività formativa. Per esempio, se a ciascuno dei 6 insegnamenti del primo anno di un ipotetico corso di studio si facessero corrispondere sempre 10 CFU, allora i valori ammissibili per C_j sarebbero i soli interi inclusi nell'insieme: $\{10\,r,\ r = 0, 1, \ldots, 6\}$.

Tuttavia, poiché il numero di studenti che ha conseguito CFU non ammissibili è ovviamente pari a 0, allora è lecito ipotizzare che i CFU ammissibili siano tutti gli interi inclusi nell'intervallo: $0 \leq C_j \leq M$.

Pertanto, nel seguito, supporremo che per un prefissato corso di studi al quale sono regolarmente iscritti n studenti, ad un certo istante ben definito t, vi siano n_0 studenti che hanno conseguito 0 CFU, n_1 studenti che

[1] In alcuni corsi di studio si è anche previsto che i CFU possano essere multipli di 0.5, ma questo ci sembra marginale rispetto al discorso qui sviluppato.

hanno conseguito 1 CFU, $\ldots$, n_k studenti che hanno conseguito k CFU, $\ldots$, n_M studenti che hanno conseguito tutti gli M CFU previsti dal piano degli studi. Tali informazioni costituiscono la distribuzione di frequenza della variabile C per la popolazione $\mathcal{P}_0$.

4. Un prototipo statistico

Il complesso delle informazioni necessarie e sufficienti che occorrono per misurare l'*efficacia didattica* di un corso di studio, ad un prefissato tempo t e per una ben definita popolazione $\mathcal{P}_0$, è contenuto nella distribuzione di frequenza della variabile C =“CFU conseguiti” al tempo t, secondo la tabella seguente:

	Frequenze		*Funzione di ripartizione*
C	*assolute*	*relative*	
0	n_0	$f_0 = \frac{n_0}{n}$	$F_0 = f_0$
1	n_1	$f_1 = \frac{n_1}{n}$	$F_1 = f_0 + f_1$
2	n_2	$f_2 = \frac{n_2}{n}$	$F_2 = f_0 + f_1 + f_2$
$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$
k	n_k	$f_k = \frac{n_k}{n}$	$F_k = f_0 + f_1 + \cdots + f_k$
$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$
M	n_M	$f_M = \frac{n_M}{n}$	$F_M = f_0 + f_1 + \cdots + f_M = 1$
Totali	n	1	——————————-

In tale tabella, la ***funzione di ripartizione*** (*distribution function*) F_y è definita per ogni y reale ed esprime *la frazione della popolazione di studenti che ha conseguito un numero di CFU non superiori a* y. Per esempio, F_2 è la frazione degli studenti che al più ha acquisito 2 CFU, ed è ovviamente la somma della frazione di quanti hanno acquisito $0, 1, 2$ CFU, rispettivamente.

Pertanto, la funzione F_y è ottenuta cumulando progressivamente le frequenze relative f_i, cui è legata dalle relazioni seguenti:

$$\begin{aligned} F_k &= \sum_{i=0}^{k} f_i\,, \qquad k = 0, 1, \ldots M; \\ f_0 = F_0; \quad f_k &= F_k - F_{k-1}\,, \quad k = 1, 2, \ldots M. \end{aligned}$$

E' ben noto (ed è agevole da dimostrare) che la funzione di ripartizione è non-decrescente, sempre compresa tra 0 e 1, ed è continua da destra.

Esemplifichiamo la situazione per tre ipotetici corsi di studio, in ciascuno dei quali sono presenti $n = 100$ studenti, i quali alla fine di un anno (quindi, $M = 60$) sono caratterizzati dalla distribuzione di frequenza di cui alla tabella seguente. Per semplicità, sono stati elencati i soli valori di CFU per i quali almeno un corso di studio presenta una frequenza assoluta differente da 0.

I tre corsi individuano performance "scarsa", "media" ed "ottima", rispettivamente, essendo ben evidente –dalla distribuzione dei CFU conseguiti– che nel primo caso l'"80% ha conseguito al più 6 CFU, nel secondo caso solo il 60% degli studenti ha conseguiti al più 42 CFU, mentre nel terzo caso ben il 70% ha conseguiti al più 54 CFU.

Cumulando progressivamente le frequenze relative, si ottengono –nelle ultime tre colonne– le funzioni di ripartizione dei tre corsi di studio, che sono rappresentate graficamente nella Figura 1.

C	*Frequenze assolute* "scarsa"	"media"	"ottima"	*Funzioni di ripartizione* "scarsa"	"media"	"ottima"
0	60	20	0	0.60	0.20	0.00
6	20	5	3	0.80	0.25	0.03
12	0	5	3	0.80	0.30	0.06
18	5	10	2	0.85	0.40	0.08
24	10	0	1	0.95	0.40	0.09
30	5	10	1	1.00	0.50	0.10
36	0	5	20	1.00	0.55	0.30
42	0	5	10	1.00	0.60	0.40
48	0	15	5	1.00	0.75	0.45
54	0	20	25	1.00	0.95	0.70
60	0	5	30	1.00	1.00	1.00
Totali	100	100	100	——	——	——

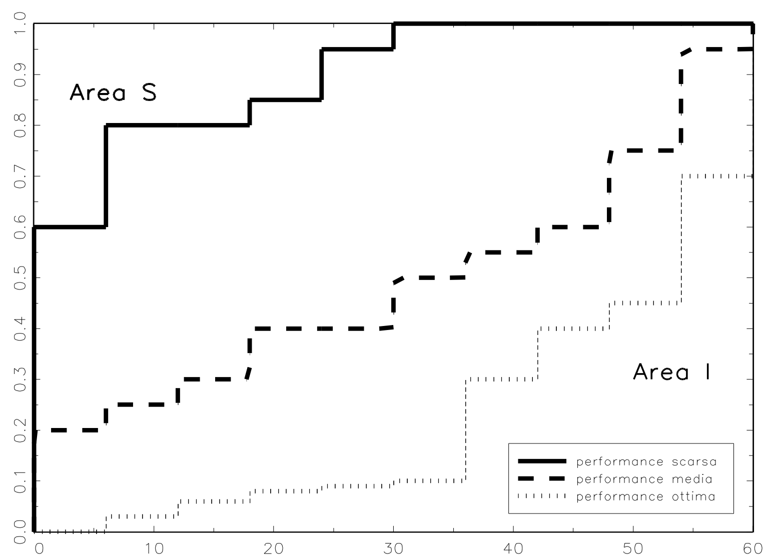

Figura 1. La performance di tre ipotetici corsi di studio

In effetti, tutti i possibili corsi di studio evidenziano percorsi che si collocano tra due situazioni limite (puramente teoriche):

i) un *percorso estremo di tipo negativo,* caratterizzato da una funzione di ripartizione che assume valore 1 a partire dall'origine: in tal caso, tutti gli studenti hanno conseguito esattamente 0 CFU;

ii) un *percorso estremo di tipo positivo*, caratterizzato da una funzione di ripartizione che è sempre nulla eccetto nel punto di ascissa M a partire dal quale vale 1: in tal caso, tutti gli studenti hanno conseguito esattamente M CFU.

Partendo da tali considerazioni, è possibile esaminare ed interpretare i casi reali che assumono valori intermedi rispetto a tali estremi. Per essi, è opportuno precisare alcuni aspetti:

- l'efficacia didattica di un corso di studio cresce quanto più è elevata la frazione di studenti che ha conseguito un numero elevato di CFU; ciò avviene per quanto *meno ripida* è la funzione di ripartizione nella parte iniziale e per quanto *più ripida* è nella parte finale. In altri termini, come ha evidenziato la Figura 1, a parità di M, un corso di studi è tanto più efficiente quanto più la funzione di ripartizione si adagia verso l'asse delle ascisse, ed è tanto meno efficiente quanto più tale funzione è ripida nella parte iniziale.

- il valore $F_0 = f_0$ della funzione di ripartizione calcolato nel punto 0 (cioè l'altezza del primo gradino) indica la frazione degli studenti che, nel periodo di riferimento, non ha conseguito alcun CFU e costituisce, quindi, *un elemento di inefficienza del corso di studio* che caratterizza con immediatezza l'intera distribuzione;

- l'ultimo gradino della funzione di ripartizione è un ulteriore elemento qualificante del percorso di studio: la sua ascissa determina il numero più elevato di CFU conseguiti da almeno 1 studente nel periodo indicato, mentre l'altezza dell'ultimo gradino determina la frazione di studenti che ha conseguito tale numero di CFU. Evidentemente, se questo gradino è alto e *contemporaneamente* è collocato in corrispondenza di un'ascissa vicino a M, allora la performance del corso di studio è decisamente elevata;

- l'area al disopra della funzione di ripartizione è direttamente connessa al *successo* del corso di studio (e la indicheremo con $\mathbb{S}$), mentre l'area al disotto della funzione di ripartizione è direttamente connessa al suo *insuccesso* (e la indicheremo con $\mathbb{I}$). La Figura 1, ove sono riportati corsi di studio con differenti livelli di performance, conferma come l'area al disopra della funzione di ripartizione esprima l'efficacia didattica di un corso. La misura di tale area varia in $[0, M]$; essa raggiunge il valore minimo o massimo, rispettivamente, solo nei casi estremi teorici prima descritti.

5. Indicatori statistici

Congiuntamente alla rappresentazione grafica, è sempre opportuno riferirsi a sintesi numeriche per operare delle idonee graduazioni nei casi reali. Infatti, le funzioni di ripartizione empiriche possono sovrapporsi ed intersecarsi e, pur visualizzando andamenti complessivi, non sempre consentono quell'ordinamento univoco del tipo ipotizzato nella Figura 1.

Pertanto, è necessario individuare alcuni indicatori statistici fondati sulla funzione di ripartizione, che siano immediatamente interpretabili in termini di efficacia didattica. Nel seguito, ci limiteremo a discutere la media aritmetica e la mediana dei CFU conseguiti.

La ***media aritmetica*** dei CFU conseguiti è definita da:

$$\mu = \frac{\displaystyle\sum_{k=0}^{M} k\, n_k}{\displaystyle\sum_{k=0}^{M} n_k} = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{M} k\, n_k = \sum_{k=0}^{M} k\, f_k .$$

La ***mediana*** dei CFU conseguiti è quel valore di CFU tale che il 50% degli studenti ne ha conseguito un numero inferiore oppure uguale. Formalmente, la mediana è il valore Me per il quale la funzione di ripartizione vale 0.5, cioè:

$$F(Me) = \frac{1}{2} \quad \Longleftrightarrow Me = F^{-1}\left(\frac{1}{2}\right).$$

Qualora la funzione di ripartizione fosse concepita come continua, la mediana è il valore dell'ascissa a cui corrisponde un valore dell'ordinata della funzione di ripartizione pari a 0.5.

Trattandosi, invece, di variabili discrete, se i dati sono disponibili a livello individuale (serie), la mediana Me dei CFU conseguiti è il numero di CFU conseguito dallo studente che occupa il posto centrale nella graduatoria ordinata degli studenti (ovvero la semisomma dei due che occupano tale posizione se la numerosità del collettivo è pari). Tale graduatoria è ottenuta ordinando tutti gli studenti a partire dallo studente che ha conseguito il minimo numero di CFU sino allo studente che ha conseguito il massimo numero di CFU.

Qualora i dati fossero organizzati in forma sintetica (per esempio, se i dati fossero raggruppati in intervalli oppure se fosse disponibile solo la funzione di ripartizione su tali intervalli), allora una valutazione approssimata della mediana –basata su di un'interpolazione lineare della funzione di ripartizione disponibile per alcuni valori numerici dei CFU $\{c_1, c_2, \dots\}$– è espressa dalla formula seguente:

$$Me \simeq c_{r-1} + (c_r - c_{r-1})\ \frac{0.5 - F(c_{r-1})}{F(c_r) - F(c_{r-1})}\ ,$$

nella quale i valori $c_r,\ c_{r-1}$ sono individuati in modo che sia: $F(c_{r-1}) < 0.5;\ F(c_r) \geq 0.5$.

Tramite i due indicatori di posizione ora introdotti si può stabilire un criterio di ordinamento dei corsi di studio (preferendo quelli che presentano tali indicatori in valore più elevato). Tuttavia, poiché essi misurano aspetti differenti della distribuzione dei CFU può accadere che *l'ordinamento dei corsi di studio rispetto alla media non coincida necessariamente con l'analogo ordinamento basato sulla mediana*. Infatti, si dimostra che più la distribuzione di una variabile è asimmetrica, più differenti tra loro sono media e mediana.

La rappresentazione grafica è utile da un punto di vista interpretativo, anche in rapporto a tali indicatori, grazie ad un risultato teorico che collega il numero medio μ dei CFU conseguiti (dalla popolazione di riferimento $\mathcal{P}_0$) all'area di successo $\mathbb{S}$.

Se indichiamo con $mis(\mathbb{S})$ la misura dell'area delimitata dalla funzione di ripartizione e dalla parallela alle ascisse passante per il punto $(M, 1)$, si dimostra il seguente risultato:

Teorema: $\quad mis(\mathbb{S}) = \mu\,.$

Dimostrazione:

$$
\begin{aligned}
mis(\mathbb{S}) &= (1 - F_0) + (1 - F_1) + \cdots + (1 - F_{M-1}) \\
&= M - \sum_{k=0}^{M-1} F_k = M - \sum_{k=0}^{M-1} (f_0 + f_1 + \cdots + f_k) \\
&= M - [(f_0) + (f_0 + f_1) + (f_0 + f_1 + f_2) + \cdots + (f_0 + f_1 + \cdots + f_{M-1})] \\
&= M - [M(f_0) + (M-1)(f_1) + (M-2)f_2 + \cdots + 1(f_{M-1})] \\
&= M - \sum_{k=0}^{M-1} (M-k)\, f_k = M - M \sum_{k=0}^{M-1} f_k + \sum_{k=0}^{M-1} k\, f_k \\
&= M - M(1 - f_M) + (\mu - M\, f_M) = \mu\,.
\end{aligned}
$$

c.v.d.

Tale risultato conferma, sul piano formale, che la performance di un corso di studio cresce con il crescere delle dimensioni dell'area che sovrasta la funzione di ripartizione e, viceversa, decresce al crescere dell'area da essa sottesa rispetto all'asse delle ascisse. In tal modo, è più agevole introdurre ed interpretare ulteriori indicatori statistici sulla performance del corso di studio.

Una *misura di efficienza* è ottenuta rapportando $mis(\mathbb{S})$ al suo massimo, che consiste nella somma: $mis(\mathbb{S}) + mis(\mathbb{I}) = M$. Risulta, quindi:

$$\boxed{eff = \frac{mis(\mathbb{S})}{M} = \frac{\mu}{M}\ .}$$

Essa, coerentemente, è il rapporto tra la media dei CFU conseguiti ed il massimo dei CFU conseguibili, ed esprime quindi la quota di CFU globalmente conseguita dal collettivo di riferimento nel periodo indicato. Evidentemente, $0 \leq eff \leq 1$.

A tale riguardo giova richiamare il concetto di *studente equivalente* (=STEQ), recentemente introdotto anche in relazione alle nuove regole per il finanziamento del Fondo di Funzionamento Ordinario (FFO). In pratica, per studente equivalente si intende il rapporto tra l'ammontare complessivo dei CFU sostenuti dagli studenti full-time regolarmente iscritti e il totale dei CFU che essi avrebbero teoricamente dovuto sostenere nel periodo di riferimento. Si comprende subito che se – per un prefissato corso di studio– indichiamo con NIS il numero di *studenti iscritti* e con $NSTEQ$ il numero di *studenti equivalenti*, allora vale la relazione: $NSTEQ = NIS \times eff$.

Un indicatore capace di valutare lo squilibrio tra le due aree è ottenuto tramite la seguente *misura di eccedenza*:

$$\boxed{ecc = \frac{mis(\mathbb{S}) - mis(\mathbb{I})}{mis(\mathbb{S}) + mis(\mathbb{I})} = 2\left(\frac{\mu}{M}\right) - 1 = 2\ eff - 1.}$$

E' agevole mostrare che: $-1 \leq ecc \leq +1$. Tale indice è positivo (negativo) tutte le volte che $eff \gtrless 0.5$, cioè quando $\mu \gtrless M/2$. Quindi, un corso di studi per il quale il numero medio dei CFU conseguiti è superiore (inferiore) alla metà di quelli conseguibili presenta eccedenza positiva (negativa).

Questi due indicatori, essendo funzione uno dell'altro, costituiscono misure della performance di un corso di studio espresse con metriche differenti. Infatti, un corso caratterizzato da un'elevata performance produrrà misure di efficienza e di eccedenza entrambe vicine ad 1; per contro, un corso di studio con bassa performance sarà caratterizzato da una misura di efficienza vicina a 0 e da una misura di eccedenza vicina a -1.

Inoltre, è agevole convincersi –per esempio sul piano geometrico– che se $f_0 > 0.5$ (cioè se la frazione degli studenti senza alcun CFU supera la metà), non è matematicamente possibile che la misura di eccedenza sia positiva. Sul piano analitico, basta osservare che essendo: $\mu \leq M(1-f_0)$, sarà anche vero che: $f_0 > 0.5 \Longrightarrow \mu < 0.5\, M$, e quindi $ecc < 0$.

6. La valutazione comparata tra corsi di studio di diversa durata

Le misure precedenti sono invarianti rispetto alla numerosità dei collettivi considerati ma l'interpretazione e la rappresentazione grafica dipendono dal numero massimo M di CFU conseguibili, per cui esse sono idonee solo per il confronto di corsi di studio omogenei rispetto al numero complessivo dei CFU: in altri termini, è possibile confrontare percorsi formativi tutti triennali, o tutti annuali, e così via.

In questo paragrafo, cercheremo di pervenire a rappresentazioni e misure che non dipendano da tale quantità allo scopo di mettere a confronto percorsi formativi con differenti numeri di CFU conseguibili. Per esempio, escludendo il caso di debiti formativi, sarà possibile confrontare l'efficienza di un corso (triennale) di I livello, per il quale $M = 180$, con un altro corso (biennale) di II livello, per il quale $M = 120$, e così via.

Nell'ambito del medesimo contesto e con le medesime notazioni del paragrafo precedente, introduciamo, per ogni studente, la variabile X definita come la quota di CFU conseguiti in rapporto al numero massimo di CFU conseguibili; cioè, definiamo:

$$X = \frac{C}{max(C)}\,.$$

Allora, X assume valori in $[0,1]$, così come la sua media aritmetica μ e la sua mediana Me.

Se ora applichiamo a tale variabile gli stessi ragionamenti che hanno condotto alla precedente Figura 1, ponendo quindi la variabile X sulle ascisse, la rappresentazione grafica diventa quella di un quadrato di lato unitario. Inoltre, sussiste ancora il teorema precedente: $mis(\mathbb{S}) = \mu$; purché si tenga presente che, stavolta, si ha: $mis(\mathbb{S}) + mis(\mathbb{I}) = 1$.

Poiché l'area di interesse è ora normalizzata e vale 1, le misure di efficienza e di eccedenza conservano il medesimo significato e la stessa definizione. In particolare, è agevole dedurre che:

$$\boxed{eff = \mu\,; \qquad ecc = 2\,\mu - 1}$$

Quindi, *l'efficienza del corso di studio* coincide con la media della quota dei CFU conseguiti rispetto al massimo e, naturalmente, *coincide con l'area di successo* $\mathbb{S}$.

7. Una esemplificazione di scenari ipotetici

In questo paragrafo proveremo a confrontare –ad un tempo prefissato– tre ipotetici percorsi di studio che sigleremo con le lettere A, B, C, rispettivamente, ed i cui esiti in termini di CFU conseguiti sono riassunti nella tabella seguente (ove sono indicate le frequenze relative e le corrispondenti funzioni di ripartizione).

Quota di CFU	*Frequenze relative*			*Funzioni di ripartizione*		
X	A	B	C	A	B	C
0.0	0.2639	0.2132	0.0500	0.2639	0.2132	0.0500
0.1	0.2640	0.2133	0.3184	0.5279	0.4265	0.3684
0.2	0.1117	0.1470	0.0000	0.6396	0.5735	0.3684
0.3	0.1168	0.0231	0.3684	0.7564	0.5966	0.7368
0.4	0.0000	0.1441	0.2105	0.7564	0.7407	0.9473
0.5	0.1320	0.1412	0.0527	0.8884	0.8819	1.0000
0.6	0.0761	0.0980	0.0000	0.9645	0.9799	1.0000
0.7	0.0305	0.0029	0.0000	0.9950	0.9828	1.0000
0.8	0.0000	0.0144	0.0000	0.9950	0.9972	1.0000
0.9	0.0050	0.0028	0.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1.0	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Ricordando che con f_0 si esprime la frazione di studenti che non ha conseguito alcun CFU nel periodo in esame, con i dati della tabella precedente si ottengono gli indicatori che qui di seguito riassumiamo:

Corsi di studio	f_0	*Frazione CFU conseguiti*		*Indicatori statistici*	
		Media (μ)	Mediana (Me)	eff	ecc
A	0.2639	0.22129	0.08943	0.22129	-0.55742
B	0.2132	0.26077	0.15000	0.26077	-0.47846
C	0.0500	0.25291	0.23578	0.25291	-0.49418

Se indichiamo con “$D_1 \succ D_2$” il fatto che il corso di studio D_1 *precede rispetto a qualche criterio* il corso di studio D_2, allora si possono utilizzare sia l’efficienza che l’eccedenza prima definite, essendo entrambe delle funzioni monotone della media.

Rispetto alla media, i dati dell’esempio precedente forniscono il seguente ordinamento tra i corsi di studio:

$$B \succ C \succ A.$$

Invece, se si utilizza la mediana si perviene ad un differente ordinamento:

$$C \succ B \succ A.$$

Il risultato evidenzia, in ogni caso, che gli studenti dei corsi di studio considerati hanno una sensibile difficoltà nel conseguire quote importanti di CFU entro il tempo predefinito; ciò si verifica in misura ancora più netta nel corso di studio A.

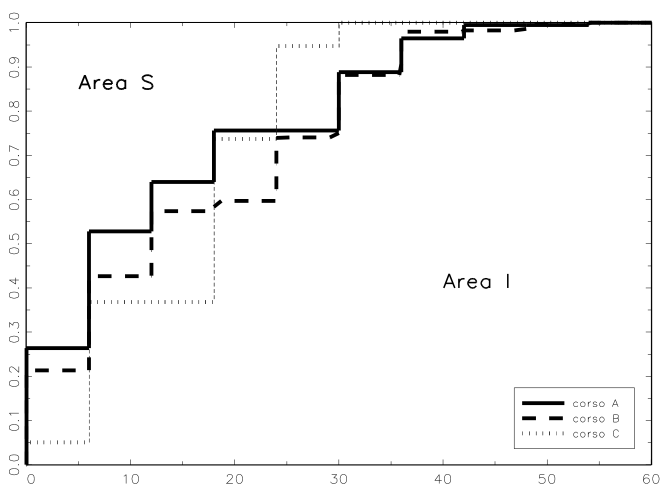

Figura 2. Performance dei corsi di studio A, B e C.

Il divario tra le graduatorie dei corsi B e C indica che, in tali corsi di studio, sussistono andamenti sostanzialmente difformi negli estremi delle distribuzioni ove si collocano da un lato gli studenti che non hanno conseguito alcun CFU e dall'altro coloro che hanno conseguito una elevata quota di CFU.

Più precisamente, nel corso B risulta più considerevole la quota di studenti che si collocano ai due estremi, vale a dire che non hanno conseguito alcun CFU ovvero che sono riusciti ad ottenere la totalità dei CFU previsti (oppure una quota molto elevata di essi). Nel corso C la variabilità dei risultati è inferiore, essendo presenti una gran parte di studenti che hanno conseguiti CFU attorno alla media dei CFU.

Si osservi, infine, come la differenza tra media e mediana sia notevole nei corsi A e B mentre è piuttosto ridotta per il corso C, che è caratterizzato da una sufficiente simmetria della distribuzione rispetto al valore centrale.

Tutto ciò è confermato dalla rappresentazione grafica (Figura 2) delle tre funzioni di ripartizione delle variabili "quota dei CFU conseguiti"; ivi, sono indicate anche le aree di successo $\mathbb{S}$ e di insuccesso $\mathbb{I}$. In particolare, si noti che in questo esempio le funzioni di ripartizione dei percorsi di studio si intersecano fra loro, per cui –in assenza di un univoco ordinamento– è necessario fare riferimento ad indicatori sintetici secondo le linee prima indicate.

8. Quote di efficienza delle singole prove

Grazie alla linearità della media aritmetica (e alla conseguente scomponibilità delle aree di successo e di insuccesso), è possibile condurre ulteriori analisi su di un corso di studio, sfruttando la logica illustrata nei paragrafi precedenti.

Supponiamo, quindi, che –per il conseguimento degli M CFU previsti– un corso di studio preveda una serie di h prove distinte (esami, verifiche scritte, tesine, stage, etc.) e che al superamento di ciascuna delle h prove $\{\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_h\}$ siano ordinatamente connessi i seguenti CFU: $\{c_1, c_2, \ldots, c_h\}$, in modo che sia $\sum_{r=1}^{h} c_r = M$.

Supponiamo, inoltre, che il numero di studenti che superi ciascuna delle predette prove (e quindi consegua i relativi CFU) sia ordinatamente: $\{s_1, s_2, \ldots, s_h\}$.

Allora, il complesso di tali informazioni può essere riassunto nella tabella seguente:

Prove	τ_1	τ_2	$\ldots$	τ_h	*Totali*
CFU corrispondenti	c_1	c_2	$\ldots$	c_h	M
Numero di studenti	s_1	s_2	$\ldots$	s_h	n

Ora, per un fissato tempo t, il complesso dei CFU conseguiti dagli studenti è lo stesso sia se si considerano le singole prove sia se si considerano i singoli studenti. Pertanto, le quantità qui introdotte sono connesse a quelle dei paragrafi precedenti dalla seguente relazione fondamentale:

$$\boxed{\sum_{k=0}^{M} k\, n_k = \sum_{r=1}^{h} c_r\, s_r \quad \Longrightarrow \quad \sum_{r=1}^{h} c_r\, s_r = n\, \mu\, .}$$

Allora, ad un prefissato tempo t, per ciascuna prova τ_r, la quantità:

$$q_r \,=\, \frac{c_r\, s_r}{n\, \mu}\,, \quad r = 1, 2, \ldots, h\,,$$

rappresenta la quota di CFU che la prova $r-$esima apporta all'efficienza complessiva del corso di studio, misurata da: $eff \,=\, \mu$. Tenuto conto delle precedenti relazioni, è immediato rendersi conto che la quota q_r soddisfa le due relazioni:

$$q_r \geq 0; \qquad \sum_{r=1}^{h} q_r = 1\, .$$

Tale approccio introduce il *criterio di trasferibilità* nelle variabili considerate: le unità statistiche sono le singole prove e la variabile *concettualmente* trasferibile W è, per ciascuna di esse, la quantità $w_r \;=\; c_r\, s_r,\; r = 1, 2, \ldots, h$.

In linea di principio, è possibile estendere a W definizioni e misure di *concentrazione*, ben note in ambito statistico, introducendo poi le relative rappresentazioni grafiche. Tuttavia, i singoli oggetti del confronto sono molto diversi tra loro (insegnamenti di base, caratterizzanti, affini, integrativi, interdisciplinari, altre attività formative, etc.), per cui non sembra immediato riferirsi a situazioni estreme (le cosiddette situazioni di concentrazione minima o massima). Invece, nello specifico, potrebbe essere più utile lo studio dell'apporto dei singoli insegnamenti (o delle singole prove, più in generale) al complesso dei CFU di un corso di studio.

Per finalità esemplificative, consideriamo una annualità di un corso di studio, al quale sono iscritti $n = 900$ studenti e per il quale sono previsti 8 prove (svolte al termine dei corsi di insegnamento e di altre attività formative) caratterizzate dai CFU indicati nella tabella seguente. Quindi, nell'anno di riferimento, supponiamo che ciascun esame sia stato superato dal numero di studenti indicati.

Prove	CFU	*# Studenti*	*CFU complessivi*	*Quota*
		s_r	$c_r\, s_r$	q_r
τ_1	8	300	2.400	0.16000
τ_2	8	600	4.800	0.32000
τ_3	8	250	2.000	0.13333
τ_4	8	50	400	0.02667
τ_5	10	100	1.000	0.06667
τ_6	10	150	1.500	0.10000
τ_7	6	250	1.500	0.10000
τ_8	2	700	1.400	0.09333
Totali	60	2.400	15.000	1.00000

Il numero medio di CFU conseguiti dagli studenti è $\mu = 15000/900 = 16.66667$ per cui l'efficienza vale $eff = 16.66667/60 = 0.27778$. Tuttavia, la tabella mostra come la seconda prova (che è superata da 600 studenti cioè dal 67% della popolazione) apporti il 32% di CFU al complesso dei CFU conseguiti nel corso di studio; invece, l'ultima prova (pur essendo superata dal 78% degli studenti) apporti all'efficienza complessiva del corso di studio appena il 9.33% del totale.

9. Il problema della omogeneizzazione di percorsi differenziati

La riforma universitaria ha introdotto meccanismi che consentono agli Atenei il riconoscimento di percorsi formativi pregressi e, nell'ambito della normativa vigente, la possibilità di convalidare eventuali CFU acquisiti in altre strutture. Tale possibilità è stata poi estesa anche in relazione a successive disposizioni legislative che consentono l'accesso a tale beneficio ad un numero crescente di potenziali utenti del sistema universitario.

Questo paragrafo affronta tale problematica e la discussione seguente mostra che non è agevole pervenire ad una soluzione univoca e soddisfacente, per cui una soluzione drastica potrebbe essere quella di effettuare la comparazione dei corsi di studio considerando i soli studenti che iniziano il percorso formativo con 0 CFU.

Ma questa ipotesi semplificatrice non appare convincente, per almeno tre motivi:

i) essa violerebbe uno degli obiettivi della riforma universitaria, che insiste sulla mobilità offerta tra i percorsi di studio e sul concetto di CFU come valore formativo acquisito e spendibile in percorsi differenziati;

ii) vi sono numerosi studenti che si iscrivono a corsi di studio chiedendo il riconoscimento di esami universitari effettivamente superati, magari da poco tempo, in differenti e perfettamente equivalenti percorsi formativi: l'esclusione di tali sottoinsiemi non sarebbe giustificabile ai fini della valutazione comparata di cui qui si discute;

ii) la struttura didattica competente offre risorse umane e fisiche a tutti gli studenti e il raggiungimento del titolo finale resta un obiettivo strategico ben definito per ogni studente iscritto all'Ateneo.

Occorre allora proporre misure finalizzate alla valutazione della performance di un corso di studio in termini di efficacia didattica, tenendo esplicitamente conto che esistono sottoinsiemi di studenti che, per storie universitarie pregresse e/o per disposizioni normative, possono entrare nella popolazione di riferimento con un numero di CFU $m_1 > 0$. Per essi, il target da raggiungere non è più M, ma $M - m_1$ per cui lo sforzo prodotto dal corso di studio per il conseguimento del titolo finale da parte di tali studenti si riduce, in qualche caso anche in misura significativa.

Un elemento essenziale per tali raffronti è che, a differenza di quanto esposto nei paragrafi precedenti, *la comparazione ha senso solo entro il termine temporale necessario per il conseguimento del titolo*, e quindi nel caso della laurea triennale esso assume senso solo confrontando un triennio di risultati conseguiti da una coorte di riferimento.

Per questo, sarebbe scorretto ai fini della valutazione della performance di un corso di studio cumulare i CFU conseguiti da tali studenti prima dell'ingresso nel corso di studio con quelli conseguiti in modo tradizionale durante tale corso; in tal caso, infatti, si introdurrebbe –nel calcolo– un elemento di disparità rispetto a quanti entrano nel sistema universitario con 0 CFU.

Né appare corretto rapportare i CFU acquisiti al massimo dei CFU acquisibili per ciascuno studente, poiché tale approccio premierebbe proprio chi entra nel sistema con un elevato numero di CFU pregressi, e quindi orienterebbe il sistema universitario verso l'acquisizione del massimo numero di studenti con crediti pregressi riconoscibili.

Questi ragionamenti inducono a ritenere che *l'unica possibilità coerente con gli obiettivi di questo lavoro* è quella di considerare solo i CFU acquisiti all'interno del percorso considerato (sottraendo quindi dal curriculum dello studente tutti i CFU pregressi).

Allo scopo di pervenire ad una agevole comprensione della formalizzazione che adotteremo, la soluzione verrà specificata in primo luogo supponendo che vi siano solo due tipologie di studenti, quindi sarà generalizzata ad un numero $p > 1$ di sottogruppi e, infine, sarà mostrato come il criterio adottato possa estendersi sino a comprendere il percorso individuale di ogni singolo studente.

Il principio della omogeneizzazione cui aderiamo è quello di rendere confrontabile lo sforzo dello studente per acquisire i CFU previsti nell'unità di tempo considerata.

Supponiamo che la popolazione di riferimento $\mathcal{P}_0$, per un corso di studio che richiede M CFU per il conseguimento del titolo, sia suddivisa in due gruppi $\mathcal{G}_0, \mathcal{G}_1$ composti di N_0, N_1 studenti, rispettivamente, in modo che N_0 studenti entrano nel corso di studio con 0 CFU ed N_1 studenti entrano con m_1 CFU, riconosciuti validi a seguito di percorsi di studio pregressi. Supponiamo che sia: $N_0 + N_1 = n$.

Introduciamo, per i due sottogruppi, due distinte misure di efficienza (eff_0 ed eff_1, rispettivamente) definite come il rapporto tra i CFU conseguiti nel periodo in esame ed il totale dei CFU massimi conseguibili, cioè (con ovvia simbologia):

$$eff_0 = \frac{\sum_{k=0}^{M} k\, n_k^{(0)}}{N_0\, M} = \frac{S_0}{N_0\, M}; \qquad eff_1 = \frac{\sum_{k=0}^{M-m_1} k\, n_k^{(1)}}{N_1\,(M-m_1)} = \frac{S_1}{N_1\,(M-m_1)};$$

dove abbiamo indicato con:

$$S_0 = \sum_{k=0}^{M} k\, n_k^{(0)}; \qquad S_1 = \sum_{k=0}^{M-m_1} k\, n_k^{(1)};$$

il complesso dei CFU conseguiti dai gruppi $\mathcal{G}_0, \mathcal{G}_1$, rispettivamente.

E' agevole convincersi che le misure di efficienza all'interno dei singoli gruppi sono comprese tra 0 e 1, ma per pervenire ad una efficienza complessiva del corso di studio è necessario tenere conto del differente impegno temporale (e, quindi, di studio) occorrente per raggiungere tali massimi.

Infatti, per raggiungere la massima efficienza, il gruppo $\mathcal{G}_0$ abbisogna di un impegno di studio comparabile al tempo massimo previsto dall'ordinamento didattico (cioè, proporzionale ad M). Per contro, per raggiungere la massima efficienza, il gruppo $\mathcal{G}_1$ necessita di un tempo ridotto (cioè, proporzionale ad $M - m_1$).

Per questo, nella comparazione delle efficienze, occorre inserire pesi che siano proporzionali ai tempi occorrenti per il completamento dei rispettivi percorsi. In coerenza con la definizione di CFU (inteso come impegno temporale medio occorrente allo studente per il superamento della prova), è ragionevole porre il tempo di riferimento pari a $T_0 = 1$ per il gruppo $\mathcal{G}_0$ e pari a $T_1 = 1 - m_1/M$ per il gruppo $\mathcal{G}_1$.

In tal modo, una misura di *efficienza complessiva* del corso di studio è così definita:

$$eff = \frac{eff_0 * (N_0\, T_0) + eff_1 * (N_1\, T_1)}{(N_0\, T_0) + (N_1\, T_1)} = \frac{S_0 + S_1}{n\, M - N_1\, m_1}\,.$$

L'indice $eff \in [0, 1]$ ed è ragionevolmente pari al rapporto tra il totale dei CFU effettivamente conseguiti all'interno del corso di studio di riferimento dagli studenti che vi sono iscritti rispetto al massimo dei CFU conseguibili da tali studenti. Esso vale 0 se e solo se nessuno studente ha conseguito CFU mentre vale 1 se e solo se tutti gli studenti di entrambi i gruppi hanno conseguito il massimo dei CFU per essi previsti.

Tale approccio può essere generalizzato supponendo che, oltre al gruppo $\mathcal{G}_0$ che non possiede CFU pregressi, esistano p gruppi che iniziano il percorso di studi con un numero variabile di CFU pregressi, secondo lo schema riassunto nella tabella seguente (ove $T_j = 1 - m_j/M$, $j = 0, 1, 2, \ldots, M;\ T_0 = 1$):

Gruppi	$\mathcal{G}_0$	$\mathcal{G}_1$	$\ldots$	$\mathcal{G}_j$	$\ldots$	$\mathcal{G}_p$
CFU pregressi	$m_0 = 0$	m_1	$\ldots$	m_j	$\ldots$	m_p
Numerosità	N_0	N_1	$\ldots$	N_j	$\ldots$	N_p
Efficienze	eff_0	eff_1	$\ldots$	eff_j	$\ldots$	eff_p
Quote di tempo	T_0	T_1	$\ldots$	T_j	$\ldots$	T_p

L'efficienza del gruppo $j-$esimo è stata definita nel modo seguente:

$$eff_j = \frac{\displaystyle\sum_{k=0}^{M-m_j} k\, n_k^{(j)}}{N_j\,(M - m_j)} = \frac{S_j}{N_j\,(M - m_j)}\,, \quad j = 0, 1, 2, \ldots, p;$$

dove abbiamo indicato con $S_j = \displaystyle\sum_{k=0}^{M-m_j} k\, n_k^{(j)}\ \ j = 0, 1, 2, \ldots, p$ la somma complessiva di tutti i CFU conseguiti dal gruppo $j-$esimo.

Allora, l'*efficienza complessiva* del corso di studio è così definita:

$$eff = \frac{\displaystyle\sum_{j=0}^{p} eff_j\,(N_j\, T_j)}{\displaystyle\sum_{j=0}^{p} N_j\, T_j} = \frac{\displaystyle\sum_{j=0}^{p} S_j}{M\, n - \displaystyle\sum_{j=0}^{p} N_j\, m_j}\,.$$

Tale misura varia tra 0 ed 1 in corrispondenza dei due possibili estremi e, ancora una volta, misura il rapporto tra il totale dei CFU effettivamente conseguiti rispetto al massimo dei CFU conseguibili da tali studenti durante il loro percorso di studio.

Riteniamo opportuno esemplificare tali misure facendo riferimento ad una situazione ipotetica nella quale si confrontano tre corsi di studio (che indichiamo con $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$, rispettivamente), i quali hanno una diversa composizione di studenti rispetto ai CFU pregressi. Per semplicità, supponiamo che nei tre casi siano presenti solo i due gruppi $\mathcal{G}_0, \mathcal{G}_1,$ e che, per il secondo di essi, i tre corsi di studio riconoscano metà dei CFU pregressi.

Le informazioni occorrenti per le successive elaborazioni sono riassunte nella tabella seguente, nella quale ipotizziamo tre corsi di laurea triennali in ciascuno dei quali sono iscritti mille studenti; quindi, per le tre popolazioni, abbiamo: $M = 180$ e $n = 1000$. Inoltre, poiché si riconoscono il 50% dei CFU, avremo: $m_1 = 90$ e supponiamo che la "bravura" dei due gruppi nei tre collettivi sia tale che: $eff_0 = 0.75; eff_1 = 0.50$.

Corsi	m_1	N_0	N_1	S_0	S_1	$S_0 + S_1$	$Mn - m_1 N_1$	eff
$\mathcal{A}$	90	990	10	133650	450	134100	179100	0.74874
$\mathcal{B}$	90	500	500	67500	22500	90000	135000	0.66667
$\mathcal{C}$	90	250	750	33750	33750	67500	112500	0.60000

Dall'esame dei risultati, si può osservare che i tre corsi possiedono una percentuale di studenti con CFU pregressi pari al $10\%, 50\%, 75\%$, rispettivamente, e tale effetto –a parità di altre condizioni– non è sufficiente ad aumentare l'efficienza complessiva dei corrispondenti corsi di studio se l'efficienza degli studenti del gruppo $\mathcal{G}_0$ è così nettamente superiore a quella del gruppo $\mathcal{G}_1$.

L'approccio sin qui sviluppato con riferimento a gruppi omogenei può essere esteso immaginando che ogni studente (ad eccezione degli immatricolati senza CFU pregressi) possieda un suo proprio percorso, differente rispetto a quello di tutti gli altri. In tale ipotesi, l'efficienza complessiva dell'intero corso di studio può essere misurata mediante il ricorso ad una valutazione dell'efficienza individuale, convenientemente pesata con le quote di tempo risparmiate grazie ai CFU pregressi che il corso di studio riconosce.

Pertanto, la misura dell'*efficienza complessiva di un corso di studio* verrebbe valutata mediante l'indice seguente:

$$eff = \frac{\sum_{i=1}^{n} c_i}{M\,n - \sum_{i=1}^{n} m^{(i)}}$$

dove c_i sono i CFU conseguiti nel tempo di riferimento da ciascuno studente mentre $m^{(i)}$ sono i CFU pregressi che gli vengono riconosciuti.

Infine, si può osservare che tali proposte di soluzioni sono in linea con gli obiettivi sin qui perseguiti, perché riconducono il confronto tra i corsi di studio all'efficacia didattica *effettivamente* prodotta nel periodo di riferimento.

10. Considerazioni finali

La proposta qui discussa consente di operare confronti a tutti i livelli di interesse sia per aggregazione che per disaggregazione, sia nello spazio che rispetto al tempo e alle occasioni più varie, perché alla fine relativizza il numero massimo di CFU conseguibili.

Così, per un periodo prefissato, si possono aggregare tutti i corsi di studio di una Facoltà ed operare il confronto tra differenti Facoltà, oppure Poli, di uno stesso Ateneo; successivamente, si possono anche aggregare tutti i corsi di studio di un intero Ateneo operando così confronti tra le performance di differenti Atenei.

Ciò è giustificato anche nel caso inverso, cioè quando la popolazione viene suddivisa in funzione di una variabile esterna al corso di studio: per esempio, rispetto al genere, all'età, alla tipologia del diploma secondario di provenienza, al voto conseguito alla maturità, alla residenza, all'aver cambiato corso di studio, e così via.

Una tipologia differente di confronto potrebbe essere anche condotta in sequenza nel tempo, per misurare la stabilità o la modifica della performance prodotta da una prefissata coorte di studenti: per esempio, si può confrontare la performance del primo anno, dei primi due anni, dell'intero triennio di un corso di studio per verificare l'efficacia di azioni di tutoraggio e miglioramento progressivo dell'offerta didattica, inserite nell'ambito di una medesima coorte di studenti.

Sul piano dei percorsi formativi, la proposta può essere generalizzata a tutti quei corsi di studio (non solo di tipo universitario) che prevedano tappe sequenziali, nelle quali lo sforzo complessivo può essere diluito ed articolato sulla base di scelte soggettive dei partecipanti alla formazione.

Il prototipo qui presentato è stato discusso in relazione ai percorsi formativi universitari, ma è agevole convincersi che esso si estende a tutte le prove soggette ad incertezza nelle quali i differenti eventi consistono nell'accumulo di un risultato finale di ammontare predefinito, che si svolge nel tempo e che viene raggiunto mediante l'acquisizione progressiva di risultati parziali ad esiti non-negativi. In tale prospettiva, le gare sportive, l'accumulazione di risparmi in vista di un capitale predefinito, la costruzione di oggetti complessi, etc. costituiscono ulteriori situazioni reali per ipotetiche applicazioni di tale prototipo.

Un ulteriore vantaggio del prototipo è che esso non richiede necessariamente di conoscere l'intera popolazione perché la semplicità e la immediatezza degli strumenti proposti consentono analisi campionarie particolarmente affidabili e ben collaudate nella letteratura statistica. Infatti, la funzione di ripartizione empirica –derivata da un campione casuale– è uno stimatore particolarmente accurato dell'analoga funzione di ripartizione della popolazione, grazie al teorema di Gnedenko-Kolmogorov.

Questo aspetto appare importante quando occorre ridurre i costi ed i tempi di elaborazione e giustifica ampiamente le risultanze derivate da campioni che presentino quelle dimensioni usualmente disponibili nei corsi di studio universitari.

Ringraziamenti: Questo lavoro è stato svolto nell'ambito dei progetti di ricerca 2003 e 2004 del Dipartimento di Scienze Statistiche, Università di Napoli Federico II. Si ringraziano i referees per i commenti espressi su una versione preliminare del testo ed i proff. M. Corduas, A. D'Elia e S. Strozza per i loro suggerimenti critici che hanno consentito di migliorare la presentazione del

lavoro.

L'interesse verso le problematiche discusse nell'articolo è nato anche grazie alla partecipazione dell'Autore al Nucleo di Valutazione dell'Ateneo Federico II e al Comitato Direttivo del SoF-Tel, nei cui ambiti sono sorti molteplici interrogativi circa la necessità di un criterio di valutazione comparata dei corsi di studio.

La proposta metodologica qui sviluppata è stata per la prima volta presentata ad una riunione informale presso il Rettorato dell'Università degli Studi di Napoli Federico II, nell'ambito degli incontri preparatori della prima Conferenza di Ateneo sulla Riforma Didattica, svoltasi a Napoli il 14 aprile 2003.